**3.2. Двойственная задача линейного программирования**

Двойственная задача линейного программирования имеет ряд особенностей. Эта задача представляет транспонированную матрицу из прямой задачи. Ее не нужно особо составлять и тем более решать. Результаты ее решения можно прочесть в последней матрице прямой задачи.

В тоже время двойственная задача имеет важное экономическое значение и без ее рассмотрения невозможна интерпретация полученного решения. Больше того, с помощью двойственной задачи можно развить найденное решение и предусмотреть возможные варианты дальнейшего развития событий.

Основные свойства двойственной задачи сводятся к следующему:

· максимальное значение целевой функции прямой задачи соответствует минимальному значению целевой функции двойственной задачи;

· если в оптимальном плане ресурс используется: а) полностью, то он получает положительную оценку в функции цели. Этот ресурс является дефицитным и его увеличение приводит к росту функции цели; б) не полностью, то он получает нулевую оценку в функции цели. Этот ресурс не приводит к росту функции цели. На основании этих данных возможна взаимозаменяемость ресурсов по степени их влияния на функцию цели.

Рассмотрим математическую запись прямой и двойственной задачи в общем виде.

Прямая Двойственная

Найти Найти

F= F=

При условиях: При условиях:

1) 1)

2) 2)

 Здесь -двойственная оценка (объективно обусловленные оценки).

 Продолжим анализ прямой и двойственной задачи на примере. Допустим, в хозяйстве намечены посевы двух культур - сахарной свеклы и ячменя. Нужно получить в результате решения задачи максимум продукции в кормовых единицах. Хозяйство выделило для возделывания этих культур следующие ресурсы - 2000 га пашни, технику и механизаторов, которые отрабатывают 3200 тракторносмен, и работников на конно-ручных работах, которые выполняют 18000 человек - дней. Известна также урожайность сахарной свеклы: 200 ц/га, ячменя 20 ц/га, затраты труда на 1 ц сахарной свеклы 0,11 чел/дня, 0,0225 тракторо - смены, на 1 ц ячменя 0,1 и 0,025, соответственно. Если преобразовать урожайность в расчете не на 1га, а на 1 ц, то она составит по сахарной свекле 0,005 га/ц, по ячменю 0,05 га/ц.

Обозначим через Х1 производство сахарной свеклы в центнерах и Х2- производство ячменя в центнерах. Чтобы получить 1ц сахарной свеклы требуется 0,005 га пашни, для получения 1 ц ячменя требуется 0,05 га пашни. Всего хозяйство отводит под посевы этих культур 2000 га пашни. Запишем первый баланс по земле:

 0,005х1+ 0,05х2 2000

по другим ресурсам:

0,11х1+ 0,1х2 18000

0,0225х1 +0,025х2 3200

Функция цели должна быть выражена в кормовых единицах. Коэффициенты перевода в кормовые единицы для сахарной свеклы 0,25, для ячменя 1,2.

 Задачи линейного программирования имеют ряд особенностей:

1. Ресурсы, выделяемые для производства продукции, не сбалансированы;

2. Решение возможно только в случае гибкости всей конструкции, когда какие-то ресурсы можно использовать полностью, какие-то не полностью.

Для решения задачи нужно неравенства преобразовать в уравнения. Для этого в каждое неравенство вводят дополнительные неизвестные. Они представляют собой в экономическом отношении недоиспользованные ресурсы.

Перепишем условия задачи:

 0,005х1+ 0,05х2 +х3 = 2000

 0,11х1+ 0,1х2 + х4 =18000

 0,0225х1 +0,025х2 + х5 = 3200

С= 0,25х1 + 1,2х2 max

В этой системе уравнений Х3 - недоиспользованный ресурс по земле, Х4 - по ручному труду, Х5 - по механизированному труду; Х3, Х4, Х5 - дополнительные неизвестные.

Составим первую симплексную таблицу (3.7)

Первая симплексная таблица (3.7)

Оценка базисных переменных в целевой функции Наименование базисных переменных Базисные переменные План 0,25 1,2 0 0 0

 Х1 Х2 Х3 Х4 Х5

0 Неиспользуемая пашня Х3 2000 0,005 0,05 1 0 0

0 Неиспользуемый ручной труд Х4 18000 0,11 0,10 0 1 0

0 Неиспользуемый механизир.труд Х5 3200 0,0225 0,025 0 0 1

 Индексная строка Z 0 -0,25 -1,2 0 0 0

В результате решения задачи получена последняя симплексная таблица.(3.8)

Третья (последняя) симплексная таблица(3.8)

Оценка базисных переменных в целевой функции Наименование базисных переменных Базисные переменные План 0,25 1,2 0 0 0

 Х1 Х2 Х3 Х4 Х5

1,2 Производство зерна Х2 29000 0 1 22,5 0 -5

0 Неиспользуемый ручной труд Х4 3000 0 0 0,5 1 -5

0,25 Производство сахарной свеклы Х1 110000 1 0 -25,0 0 50

 Индексная строка Z 62300 0 0 20,75

U1 0

U2 6,5

U3

 Проанализируем последнюю симплексную таблицу. Здесь U1, U2 и U3 - оценки ресурсов. Рассмотрим и произведем расчеты по прямой и двойственной задачам на приведенном примере.

Таблица 3.9

Прямая и двойственная задачи